

Extension respectueuse

1 Description du sujet

Encadrants	: J.-X. RAMPON jean-xavier.rampon@univ-nantes.fr
Lieu du stage	: Faculté des Sciences et des Techniques de Nantes
Domaine	: Mathématiques discrètes
Nombre d'étudiants	: 1
Référence du sujet	: Extension respectueuse

Un *ordre* est un couple $P = (V(P), \leq_P)$ où \leq_P est une relation binaire sur $V(P)$ (c'est-à-dire $\leq_P \subseteq (V(P) \times V(P))$) qui soit réflexive, antisymétrique et transitive.

Une *chaîne* C de P est un sous-ensemble de $V(P)$ tel que $\forall x, y \in C, (x \leq_P y)$ ou $(y \leq_P x)$.

Un ordre Q est une *extension* d'un ordre P , lorsque $V(P) \subseteq V(Q)$ et $\leq_P = \leq_Q \cap (V(P) \times V(P))$. Cette extension est dite stricte si de plus $V(P) \subsetneq V(Q)$.

Un ordre P se plonge dans un ordre Q , lorsqu'il existe une application injective f de $V(P)$ dans $V(Q)$ telle que $\forall x, y \in V(P), x \leq_P y$ si et seulement si $f(x) \leq_Q f(y)$.

Un ordre Q admet une extension respectueuse relative à un ordre P lorsque (i) P ne se plonge pas dans Q , et (ii) il existe une extension stricte de Q dans laquelle P ne se plonge toujours pas.

Cette notion d'extension respectueuse fut introduite en 1971 par R. Fraïssé [1] dans la cadre général des relations. En 1993, R. Fraïssé et W. Hazim-Sharif [2] s'intéressèrent à la notion d'extension respectueuse pour la classe des ordres finis, et plus particulièrement, pour la sous-classe des ordres ne possédant de chaînes de cardinal supérieur à 2. Le but de ce TER est tout d'abord de se familiariser avec ces notions puis, de regarder si lorsque l'on se restreint à d'autres sous-classes d'ordres, ce type d'extension reste toujours envisageable.

References

- [1] R. Fraïssé (1971), Abritement entre relations et spécialement entre chaînes. Symposia Mathematica, Vol. V (INDAM, Rome, 1969/70) pp. 203-251 Academic Press.
- [2] R. Fraïssé and W. Hazim-Sharif (1993), L'extension respectueuse à hauteur constante entre posets finis. C.R. Acad. Sci. Paris, t. 316, Série 1, p. 637-642.