

## Détection automatique de convexité

Equipe TASC

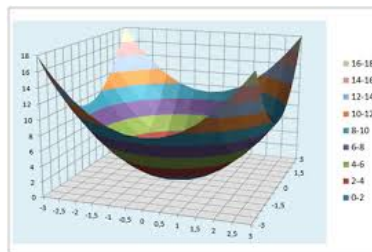
Gilles Chabert - gilles.chabert@mines-nantes.fr

---

Mot-clés : Calcul symbolique - C++ - Optimisation

Nombre d'étudiants max : 2

La convexité est une propriété de fonction qui a impact très fort en optimisation. En cas de convexité, les optima locaux sont aussi des optima globaux. Les algorithmes d'optimisation globale peuvent donc exploiter cette information pour converger beaucoup plus vite vers un encadrement du minimum.



*Une jolie fonction convexe*

Le but de ce stage est de fournir un outil détectant automatiquement dans un programme non-linéaire si les fonctions qui entrent en jeu sont convexes.

Le principe est d'appliquer une analyse syntaxique sur le *DAG* (graphe orienté acyclique) représentant les expressions des contraintes.

Le détecteur de convexité devra en particulier être capable :

- de détecter si une sous-expression (la plus grande possible) est une forme quadratique définie positive ou négative. Il faudra pour cela déterminer si une sous-expression comporte uniquement des termes de la forme  $a \times x_i^2$  et  $b \times x_i \times x_j$ . Il faudra ensuite construire la matrice globale (hessienne de cette forme quadratique) et vérifier si elle est définie positive ou négative (fonction convexe ou concave).
- de procéder récursivement en tentant d'appliquer, à partir de sous-expressions de type identifié (convexe, concave, croissante, ...), des résultats connus sur les compositions de fonctions (e.g. : la différence d'une fonction convexe et d'une fonction concave est convexe, etc.).

La partie recherche concerne un état de l'art sur les critères de convexité et, pour ce qui concerne plus spécifiquement les formes quadratiques, une étude des méthodes pour déterminer si une matrice est définie positive.

Le détecteur de convexité sera implémenté dans l'outil IBEX ([ibex-lib.org](http://ibex-lib.org)), en C++.

Le travail se menera en collaboration avec les développeurs d'IBEX et des étudiants en Master 1 informatique de l'université de Montpellier. Ces derniers auront la charge, en aval du travail de ce stage, d'adapter les algorithmes d'optimisation en cas de convexité.

