

Résolution exacte du problème de voyageur de commerce asymétrique en utilisant l'algorithme de Carpaneto et Toth

Présentation :

Le problème de voyageur de commerce est un des problèmes fondamentaux de l'optimisation combinatoire, et un des plus étudiés. L'image associée à ce problème se pose très simplement. Un voyageur de commerce doit visiter n villes reliées entre elles par des routes. Pour cela, il part d'une ville et doit visiter toutes les autres une seule fois avant de revenir à la ville de départ, tout en minimisant la distance parcourue. Nous considérons ici la variante asymétrique de ce problème : la distance de la ville a vers la ville b n'est pas nécessairement égale à celle de b vers a . Cette variante du problème est comme beaucoup d'autres \mathcal{NP} -difficile. Des algorithmes efficaces (au sens pratique) ont cependant été proposés pour sa résolution exacte. Nous nous intéresserons ici à l'algorithme de Carpaneto et Toth [1].

Cet algorithme est un Branch & Bound utilisant un autre problème fondamental d'optimisation combinatoire comme relaxation combinatoire : le problème d'affectation. Contrairement au problème de voyageur de commerce, ce problème est des plus simples à résoudre, ce problème est en effet équivalent à sa relaxation linéaire. Nous pouvons donc utiliser n'importe quel solveur de Programmation Linéaire pour sa résolution. Cependant, il est préférable pour une meilleure efficacité d'avoir recours à une méthode de type primal-dual comme la méthode hongroise [2] ou l'algorithme des plus courts chemins successifs.

Une solution optimale pour le problème d'affectation n'est pas nécessairement admissible pour le problème de voyageur de commerce. En effet, cette solution se décomposera certainement en un produit de sous-tours. Le but du Branch & Bound de Carpaneto et Toth est de casser ces sous-tours en fixant de manière appropriée des variables du problème pour finalement obtenir des solutions admissibles pour le problème de voyageur de commerce.

Le travail consiste dans un premier temps à comprendre les deux problèmes du sujet, ainsi que les méthodes de résolution exactes associées. Ensuite, ces méthodes devront être implémentées et testées sur un grand nombre d'instances numériques. Une analyse précise des résultats expérimentaux (temps d'exécution, nombre de cycles à casser pour obtenir une solution admissible/optimale, nombre de problèmes d'affectation à résoudre...) sera attendue.

Mots-clés : Problème de voyageur de commerce asymétrique, Problème d'affectation, Algorithme primal-dual, Relaxation combinatoire, Branch & Bound.

Encadrant : Anthony Przybylski

Nombre d'étudiants : 2 à 4

Références

- [1] G. Carpaneto and P. Toth. Some new branching and bounding criteria for the asymmetric travelling salesman problem. *Management Science*, 26, 1980.
- [2] H.W. Kuhn. The hungarian method for the assignment problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, 2 :83-97, 1955.