

Ensemble ordonné uniformément séparable

1 Description du sujet

Encadrants	:	J.-X. RAMPON jean-xavier.rampon@univ-nantes.fr
Lieu du stage	:	Faculté des Sciences et des Techniques de Nantes
Domaine	:	Mathématiques discrètes
Nombre d'étudiants	:	1
Référence du sujet	:	Ensemble ordonné uniformément séparable

Un *ordre* est un couple $P = (V(P), \leq_P)$ où \leq_P est une relation binaire sur $V(P)$ (i.e. $\leq_P \subseteq (V(P) \times V(P))$) qui soit réflexive, antisymétrique et transitive. Deux éléments x et y de $V(P)$ sont dit *comparables* dans P , ce que l'on note $x \sim_P y$, si l'on a soit $x \leq_P y$ soit $y \leq_P x$. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si l'on a ni $x \leq_P y$ ni $y \leq_P x$, les deux éléments seront dit *incomparable*, ce que l'on note $x \parallel_P y$. Une *antichaîne* A de P est un sous-ensemble de $V(P)$ tel que $\forall x, y \in A, (x \neq y) \implies x \parallel_P y$. Une antichaîne A est dite *séparante* si elle peut être partitionnée en deux sous-ensembles A_1 et A_2 tels que l'union des prédécesseurs de A_1 et des successeurs de A_2 donne $V(P)$.

Un ordre est dit *uniformément séparable* si toutes ses antichaînes maximales (pour l'inclusion) sont séparantes. Cette notion fut introduite au milieu des années 1990 et, dans le cas finis, la reconnaissance des ensembles ordonnés uniformément séparables fut montrée NP-Complete. Le but de ce TER est tout d'abord de se familiariser avec ces notions puis, de regarder si lorsque l'on se restreint à des familles d'ordres particulières, l'on ne peut pas alors proposer des algorithmes polynomiaux de reconnaissance.

References

- [1] R. AHLWEDE, P.L. ERDÖS, N. GRAHAM, A SPLITTING PROPERTY OF MAXIMAL ANTICHAINS, COMBINATORICA 15(4) 1995 475-480.